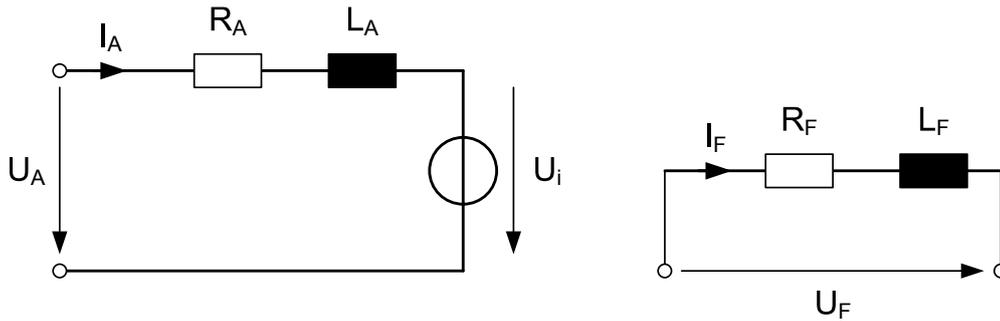


## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Gleichstrommaschine



Stationärer Betrieb, alle Spannungen, Ströme,  
Drehzahl, Drehmoment sind konstant

Ankerkreis:

$$U_A = R_A \cdot I_A + U_i$$

Erreger- oder Feldkreis:

$$U_F = R_F \cdot I_F$$

## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Gleichstrommaschine

Induzierte Spannung:

Ursache: Änderung des magnetischen  
Flusses in der Leiterschleife

$$U_i = c_1 \cdot \omega \cdot \phi_F$$

Erzeugung des magnetischen Flusses:

Entweder durch Permanentmagnete, dann ist  
 $\Phi_F$  konstant.

Oder durch Elektromagnete, dann ist  $\Phi_F$   
proportional zum Erreger-/Feldstrom.

$$\phi_F = c_2 \cdot I_F$$

$$U_i = c \cdot \omega \cdot I_F$$

$\omega$  ist die Winkelgeschwindigkeit

$2 \cdot \pi$  nicht vergessen!

Umrechnung von  $\text{min}^{-1}$  auf  $\text{s}^{-1}$  nicht  
vergessen!

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Gleichstrommaschine

Drehmoment:

Ursache: Kraft auf einen stromdurchflossenen  
Leiter im Magnetfeld.

(oder: Kraftwirkung zweier überlagerter  
Magnetfelder)

$$M_d = c_1 \cdot I_A \cdot \phi_F \quad \text{allgemein}$$

$$M_d = c \cdot I_A \cdot I_F \quad \text{elektrische  
Erregung}$$



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Gleichstrommaschine

Elektrische Leistung:

Ankerkreis:

Motor: Leistungsfluss vom Netz in die  
Maschine

Generator: Leistungsfluss von der Maschine  
in das Netz

$$P_A = U_A \cdot I_A$$

Verlustleistung im Ankerkreis:

$$P_{VA} = (U_A - U_i) \cdot I_A = R_A \cdot I_A^2$$

Erreger-/Feldkreis:

Leistungsfluss vom Netz in die Maschine  
(Erregerleistung = Verlustleistung)

$$P_F = U_F \cdot I_F = R_F \cdot I_F^2$$





## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Gleichstrommaschine

Mechanische Leistung:

$$P_{mech} = M_d \cdot \omega$$

Umwandlung von elektrischer Leistung in  
mechanische Leistung in der  
Spannungsquelle  $U_i$

$$U_i \cdot I_A = P_{mech}$$



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Gleichstrommaschine

Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie:

1. Gleichung für induzierte Spannung nach  $\omega$  auflösen.
2. Für  $U_i$  die Spannungsgleichung des Ankerkreises einsetzen.
3. Für  $I_A$  die Drehmomentgleichung einsetzen.

=>

$$\omega = \frac{U_A}{c \cdot I_F} - \frac{R_A}{(c \cdot I_F)^2} \cdot M_d$$

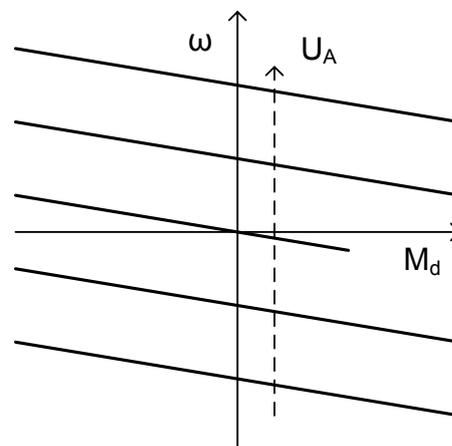
Leerlauf:

Definition: Drehmoment = 0

$$\Rightarrow I_A = 0$$

$$\Rightarrow U_i = U_A$$

$$\omega = \frac{U_A}{c \cdot I_F}$$

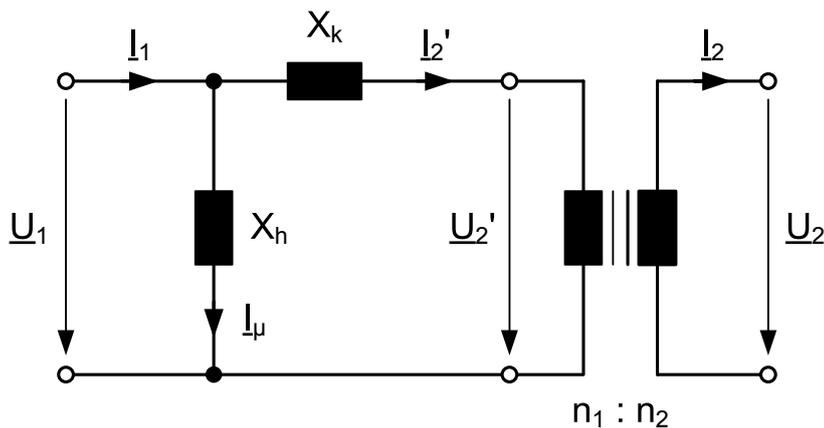


## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Gleichstrommaschine

Drehzahlstellverfahren:

1. Grunddrehzahlbereich (zwischen 0 und Nenndrehzahl):  
Erreger-/Feldstrom auf Nennwert (nach oben begrenzt durch Eisensättigung).  
Drehzahlerhöhung durch Erhöhung der Ankerspannung.
2. Feldschwächbereich (oberhalb der Nenndrehzahl, nur möglich bei elektrischer Erregung):  
Ankerspannung auf Nennwert (nach oben begrenzt durch zu Verfügung stehende Quelle und durch Motorisolation).  
Drehzahlerhöhung durch Reduktion des Erregerstroms.  
Nachteil: Mehr Ankerstrom bei gleichem Moment.

## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Transformator



Unterstrichene Größen: Spannungs- und Stromzeiger (komplex)  
Länge: Effektivwert der Spannung bzw. des Stroms  
Winkel: Phasenlage relativ zu einer Referenz



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Transformator

$$X_h = \omega \cdot L_h \quad \text{Hauptreaktanz}$$

$$X_k = \omega \cdot L_k \quad \text{Kurzschlussreaktanz}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_\mu + \underline{I}_2'$$

$$\underline{I}_\mu = \frac{\underline{U}_1}{j \cdot X_h} \quad \text{Magnetisierungsstrom}$$

$$\frac{\underline{U}_2'}{\underline{U}_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{Übersetzung des idealen  
Übertragers}$$

$$\frac{I_2}{I_2'} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{Leerlaufübersetzung}$$



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Transformator

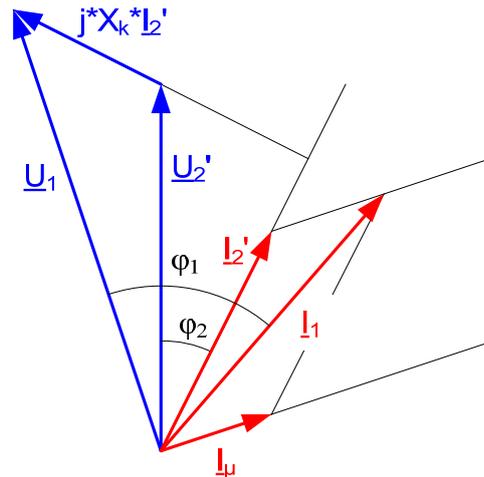
Relative Kurzschlussspannung:  
Spannungsabfall über der Kurzschlussreaktanz bei  
Nennstrom, bezogen auf die Primärspannung

$$u_k = \frac{X_k \cdot \underline{I}_2 N'}{U_1}$$



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Transformator

Zeigerdiagramm des  
einphasigen  
Transformators:



$\varphi$ : Winkel (= Phasenverschiebung) zwischen Spannung und Strom  
kapazitiv: Strom eilt der Spannung vor  
induktiv: Strom eilt der Spannung nach  
(Beispiel: induktiv)

Berechnung der Spannungen und Ströme über die  
Dreiecksbeziehungen.

Beachten: Strom in Induktivität eilt Spannung an Induktivität um  $90^\circ$   
nach.

## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Transformator

Dreiphasige Transformatoren

Verschaltung:

Sternschaltung: Wicklung zwischen Leiter und Mittelpunkt

Dreieckschaltung: Wicklung zwischen Leiter und Leiter

Spannungsverhältnis zwischen einer Wicklung der Oberspannungs-  
seite und einer der Unterspannungsseite ergibt sich aus dem  
Übersetzungsverhältnis.

$$\frac{U_{\text{Wicklung1}}}{U_{\text{Wicklung2}}} = \frac{n_1}{n_2}$$

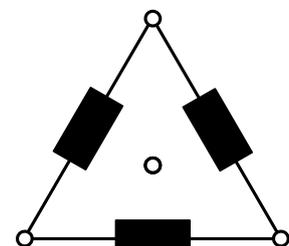
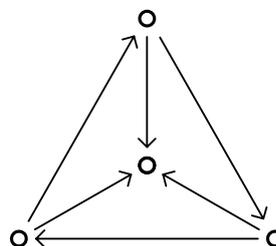
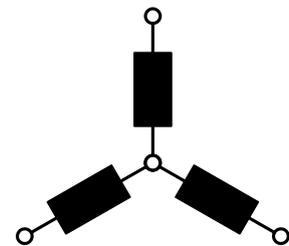
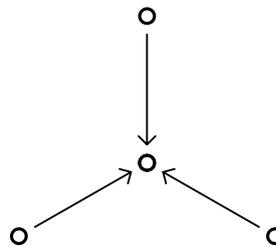
Sternschaltung:

$$U_{\text{Wicklung}} = U_{L0}$$

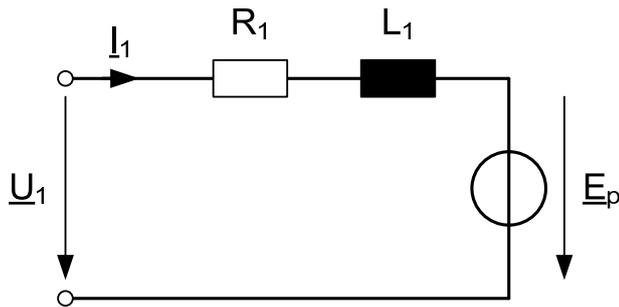
Dreieckschaltung:

$$U_{\text{Wicklung}} = U_{LL}$$

$$U_{LL} = \sqrt{3} \cdot U_{L0}$$



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Synchronmaschine

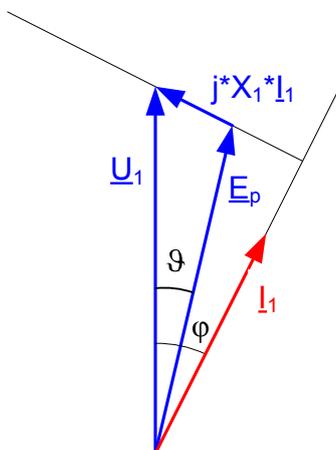
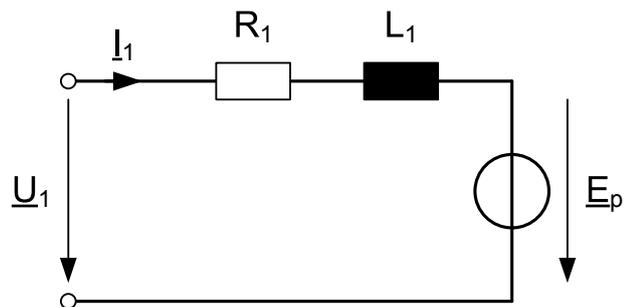


Ersatzschaltbild einer Phase,  
bei großen Maschinen und Netzfrequenz:  
 $R_1 \ll \omega \cdot L_1$

$$\omega \cdot L_1 = X_1$$

$$\underline{U}_1 = j \cdot X_1 \cdot \underline{I}_1 + \underline{E}_p$$

## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Synchronmaschine



$\varphi$ : Winkel zwischen Strom und Netzspannung,  
positiv wenn der Strom vor eilt.

$\vartheta$ : Winkel zwischen Polradspannung und  
Netzspannung,  
positiv wenn die Polradspannung vor eilt  
(Beispiel: beide Winkel negativ)

## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Synchronmaschine

Drehmoment

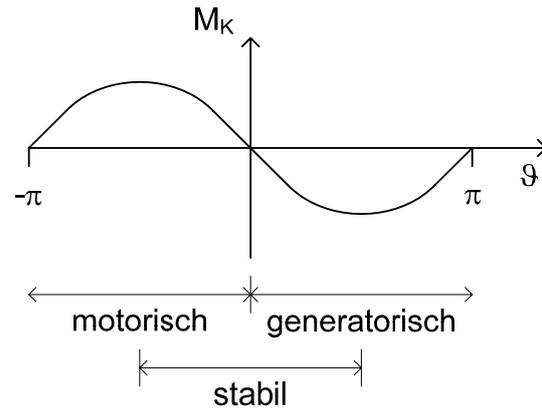
$$M_d = 3 \cdot \frac{p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1 \cdot E_p}{X_1} \cdot \sin(-\vartheta)$$

Kippmoment

$$M_K = 3 \cdot \frac{p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1 \cdot E_p}{X_1}$$

Zusammenhang zwischen  
mechanischer Kreisfrequenz  $\omega$ ,  
elektrischer Kreisfrequenz  $\omega_1$   
und Polpaarzahl  $p$

$$\omega = \frac{\omega_1}{p}$$



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Synchronmaschine

Elektrisch aufgenommene Wirkleistung

$$P_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)$$

Mechanisch abgegebene Leistung

$$P_{mech} = M_d \cdot \omega$$

Wenn Statorwiderstand vernachlässigt  
werden kann:

$$P_1 = P_{mech}$$

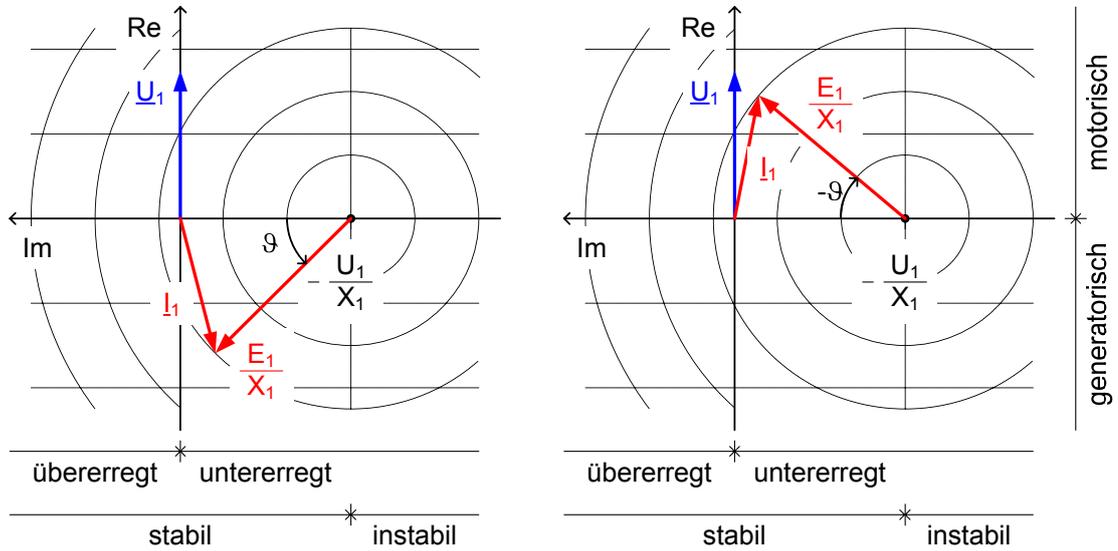
Die Polradspannung ist proportional zum  
Erregerstrom  $I_E$  und zur Winkelgeschwindigkeit  
(Index N: Nennwert, nach oben begrenzt durch  
Sättigung)

$$\frac{E_p}{E_{pN}} = \frac{I_E}{I_{EN}} \cdot \frac{\omega}{\omega_N}$$

## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Synchronmaschine

Stromortskurve:

$$\underline{I}_1 = -j \cdot \frac{U_1}{X_1} + j \cdot \frac{E_p}{X_1} \cdot e^{j\vartheta}$$



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Synchronmaschine

Verschaltung:

Sternschaltung: Statorwicklung zwischen Leiter und Mittelpunkt

Dreieckschaltung: Statorwicklung zwischen Leiter und Leiter

Sternschaltung:

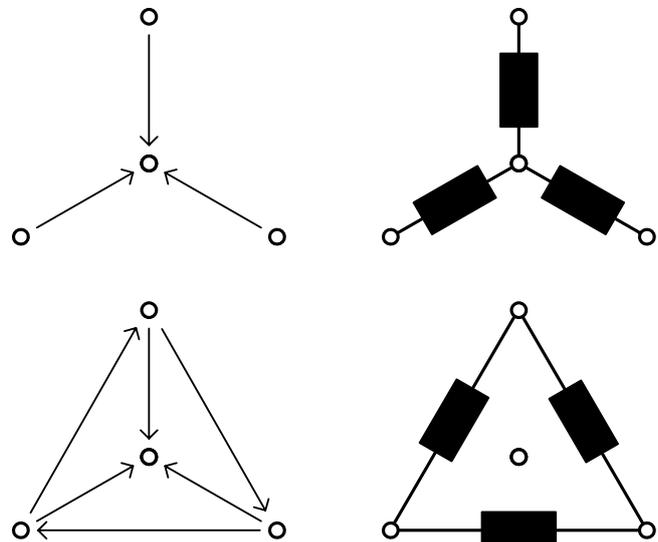
$$U_1 = U_{LL} / \sqrt{3}$$

$$I_L = I_1$$

Dreieckschaltung:

$$U_1 = U_{LL}$$

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_1$$



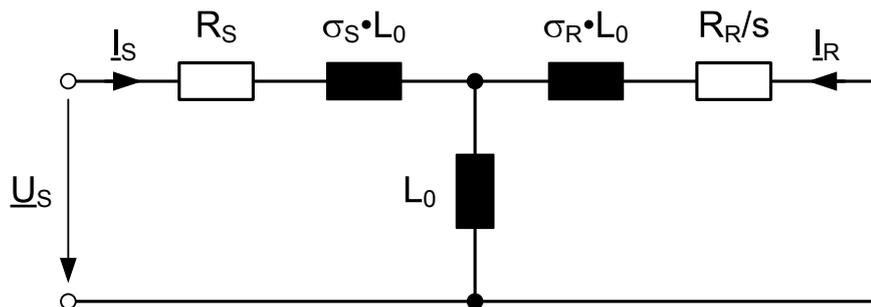


## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Synchronmaschine

Drehzahlstellverfahren:  
Ständerspannung mit variabler Frequenz,  
Amplitude proportional zur Frequenz.  
Realisierung durch Umrichter



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Asynchronmaschine



Ersatzschaltbild einer Phase,  
bei großen Maschinen und Netzfrequenz:  
 $R_s \ll \omega \cdot \sigma_s \cdot L_1$   
daher  $R_s = 0$





## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Asynchronmaschine

Elektrische Kreisfrequenz des Statorstroms:  $\omega_1$

Elektrische Kreisfrequenz des Rotorstroms:  $\omega_2$

Mechanische Kreisfrequenz:  $\omega$

Polpaarzahl:  $p$

Schlupf:  $s$

$$s = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\omega_1 = p \cdot \omega + \omega_2$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$\omega = \frac{1}{p} \cdot (1 - s) \cdot \omega_1$$



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Asynchronmaschine

Drehmoment

$$M_d = M_K \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}$$

Kippmoment

$$M_K = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{1 - \sigma}{\sigma} \cdot \frac{1}{L_S} \cdot \left( \frac{U_S}{\omega_1} \right)^2 \quad M_K \sim \left( \frac{U_S}{\omega_1} \right)^2$$

Kippschlupf

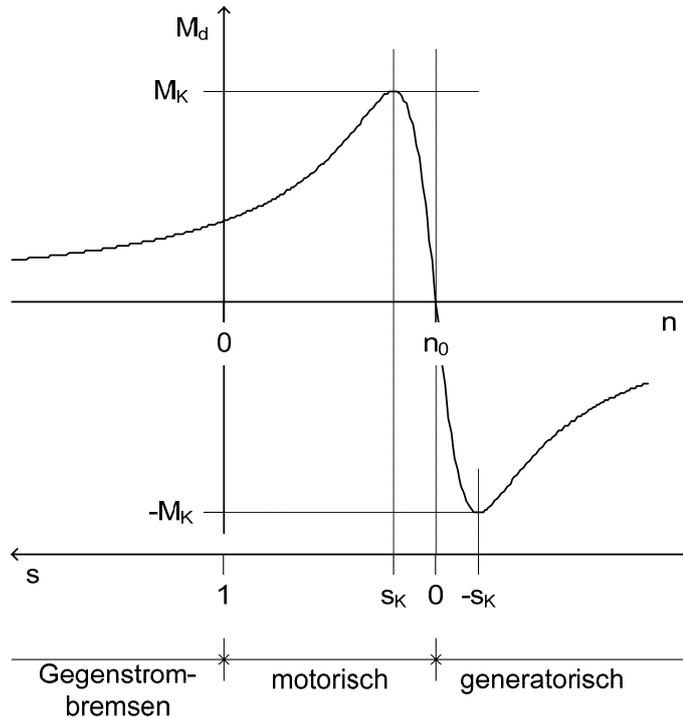
$$s_K = \frac{R_R}{\omega_1 \cdot \sigma \cdot L_R} \quad s_K \sim R_R$$





## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Asynchronmaschine

Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie



23



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Asynchronmaschine

Zusammenhang zwischen  
elektrisch aufgenommener Leistung  $P_S$ ,  
mechanisch abgegebener Leistung  $P_{mech}$ ,  
Verlustleistung im Rotor  $P_{VR}$ ,  
Drehmoment  $M_d$  und Schlupf  $s$

$$P_{mech} = (1 - s) \cdot P_S$$

$$P_{VR} = s \cdot P_S$$

$$P_S = M_d \cdot \frac{\omega_1}{p}$$

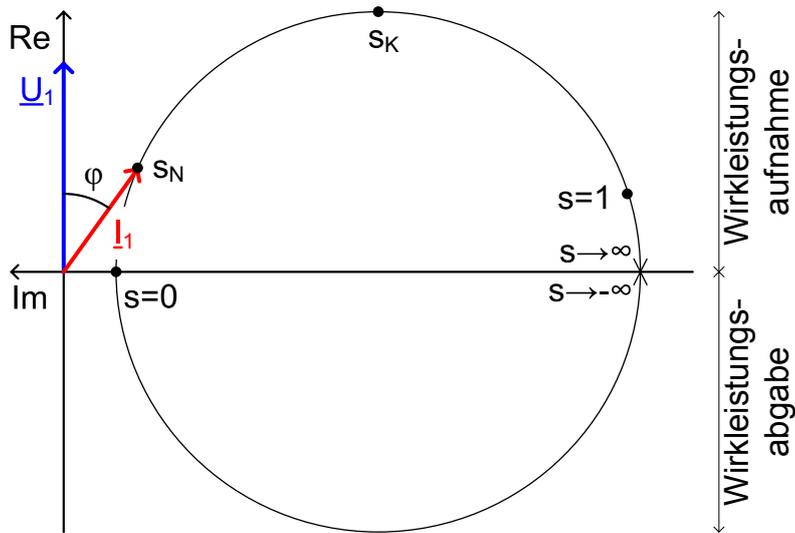
$$P_{VR} = M_d \cdot \frac{\omega_2}{p}$$

$$P_{mech} = M_d \cdot \omega$$

24

## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Asynchronmaschine

Stromortskurve



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Asynchronmaschine

Verschaltung:

Sternschaltung: Statorwicklung zwischen Leiter und Mittelpunkt

Dreieckschaltung: Statorwicklung zwischen Leiter und Leiter

Sternschaltung:

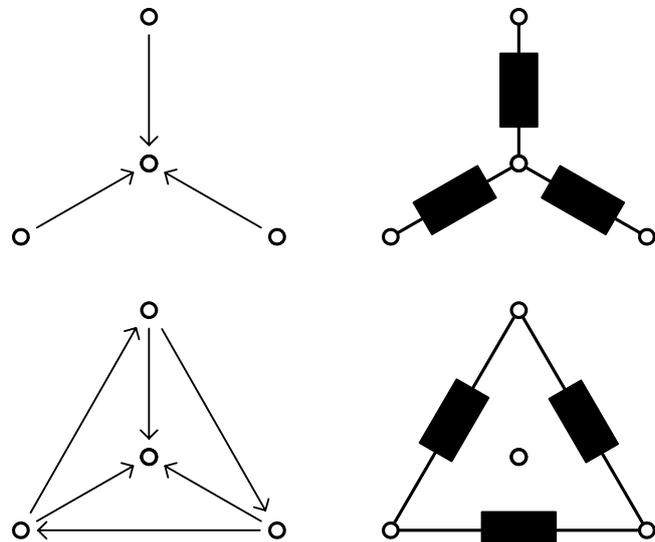
$$U_S = U_{LL} / \sqrt{3}$$

$$I_L = I_S$$

Dreieckschaltung:

$$U_S = U_{LL}$$

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_S$$



## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Asynchronmaschine

Drehzahlstellverfahren:

1. Ständerspannung mit variabler Frequenz,  
Amplitude proportional zur Frequenz.

Realisierung durch Umrichter

2. nur bei Schleifringläufer:

Vergrößern des Rotorwiderstands durch Einbringen  
externer Widerstände.

Kippschlupf vergrößert sich, Kippmoment bleibt  
gleich

## Zusammenfassung elektrische Maschinen – Arbeitspunkte

Arbeitspunkte: Asynchronmotor mit verschiedenen Lasten

